MECANISMOS DE TRANSMISIÓN Y TRANSFORMACIÓN DE MOVIMIENTOS

1. POLEAS Y CORREAS

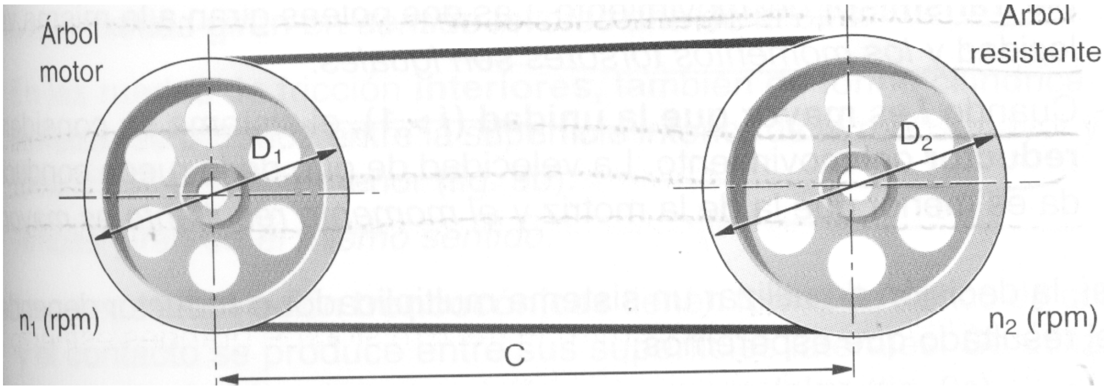


Figura 1: correas abiertas.

La figura 1, muestra el caso de correas abiertas. En este caso, podemos obtener la expresión de la longitud exacta de la correa de la siguiente forma a partir de la figura 2:

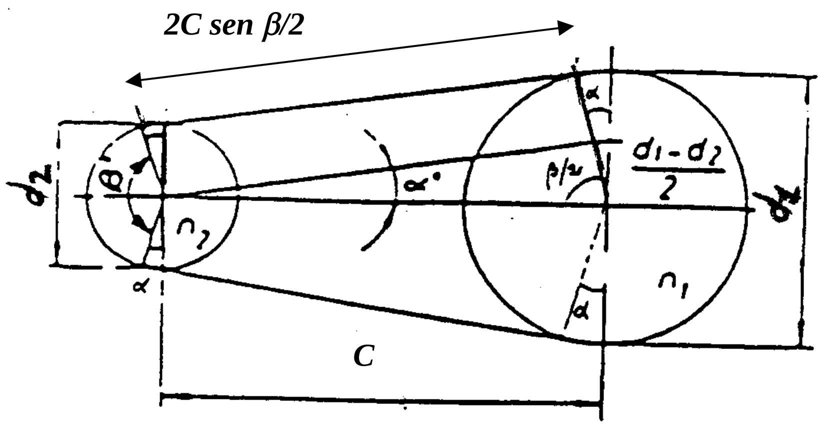


Figura 2.

Del dibujo obtenemos que:

$\alpha = arcsen \dfrac{d_1 - d_2}{2 \cdot C}$ (en correas cruzadas d_1 y d_2 se suman)

$$\beta = 180º - 2 \cdot \alpha$$

Para hallar la longitud exacta, consideraremos tres términos:

Primer término: las dos medias circunferencias de cada polea.

$$\frac{1}{2}\cdot 2\pi r_1 + \frac{1}{2}\cdot 2\pi r_2 = \pi \cdot (r_1 + r_2) = \pi \cdot \frac{d_1 + d_2}{2}$$

Segundo término: los tramos rectos de la correa.

$$2 \cdot C \cdot sen\frac{\beta}{2}$$

Tercer término: dos veces el arco bajo el ángulo para la primera polea, a lo que debemos restar los arcos correspondientes a la polea menor, a la que hemos llamado 2. En el caso de correas cruzadas, en lugar de restar hay que sumar.

$$2 \cdot \alpha \cdot r_1 - 2 \cdot \alpha \cdot r_2 = 2 \cdot \alpha \cdot (r_1 - r_2) = \alpha \cdot (d_1 - d_2)$$

donde α se expresa en radianes.

Así pues, sumando los tres términos tendremos que (expresando α en grados sexagesimales):

$$L = \pi \cdot \frac{d_1 + d_2}{2} + 2 \cdot C \cdot sen\frac{\beta}{2} + \frac{\pi}{180^o} \cdot \alpha^o \cdot (d_1 - d_2)$$

existiendo una expresión para la longitud aproximada, aplicable en el caso de que $\beta > 140^o$:

Primer término: queda igual que antes.

Segundo término: considerando que $\beta > 140^o$, entonces $\alpha < 20^o$, con lo cual $sen\frac{\beta}{2} \approx 1$

$$2 \cdot C \cdot sen\frac{\beta}{2} \approx 2 \cdot C$$

Tercer término: al ser α un ángulo pequeño; $\alpha(en.radianes) \approx sen\alpha = \frac{d_1 - d_2}{2 \cdot C}$

$$\alpha(d_1 - d_2) \approx \frac{(d_1 - d_2)^2}{2 \cdot C}$$

con lo cual sumando los tres términos obtenemos la siguiente expresión:

$$L_{aproximada} = \pi \cdot \frac{d_1 + d_2}{2} + 2 \cdot C + \frac{(d_1 - d_2)^2}{4 \cdot C}$$

en la que el último término se reduce a la mitad del valor obtenido por consideraciones empíricas.

En el caso de correas cruzadas, tal y como aparece en la figura 3, las expresiones anteriores son las siguientes:

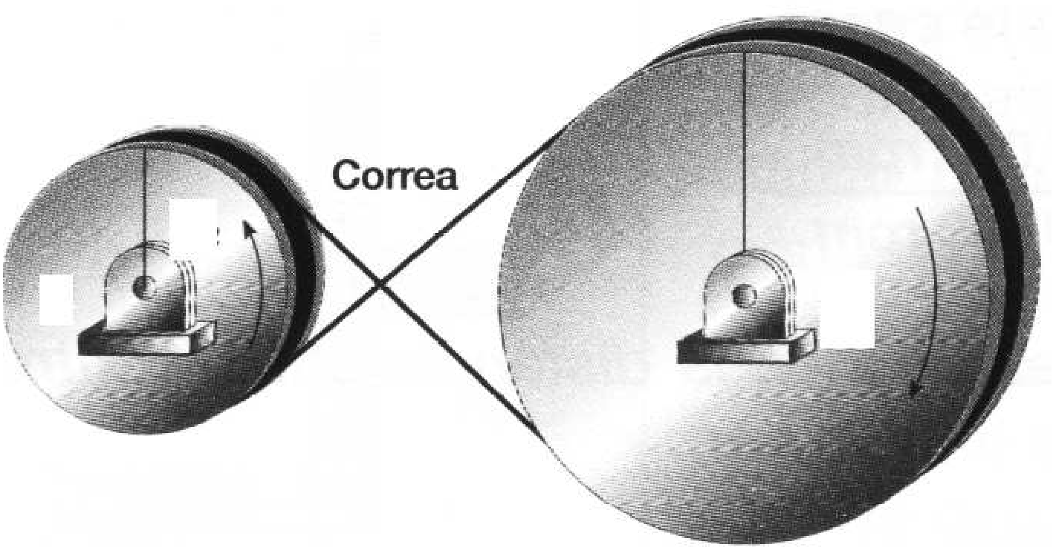


Figura 3: correas cruzadas, se invierte el sentido de giro.

$$L = \pi \cdot \frac{d_1 + d_2}{2} + 2 \cdot C \cdot sen\frac{\beta}{2} + \frac{\pi}{180^o} \cdot \alpha^o \cdot (d_1 + d_2)$$

$$L_{aproximada} = \pi \cdot \frac{d_1 + d_2}{2} + 2 \cdot C + \frac{(d_1 + d_2)^2}{4 \cdot C}$$

2. RUEDAS DE FRICCIÓN

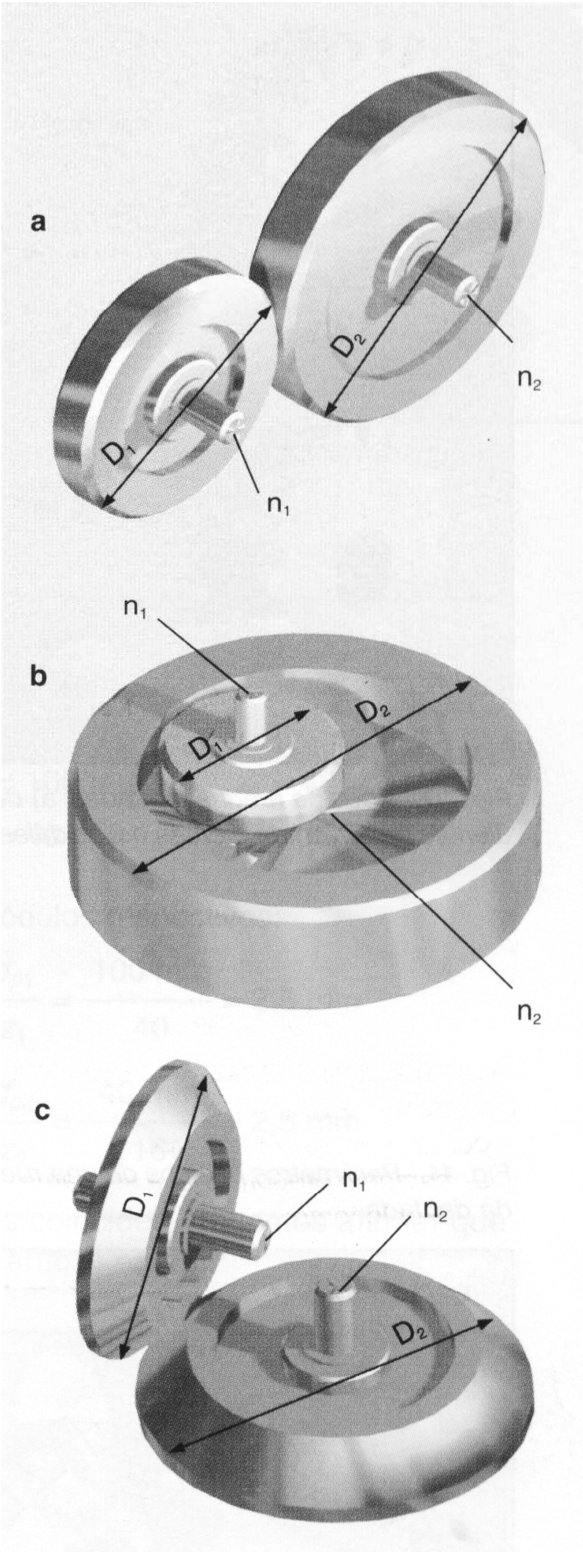


Figura 4: ruedas de fricción: a) exteriores, b) interiores y c) troncocónicas.

En todos los tipos de ruedas de fricción estudiados, suponiendo que no existe deslizamiento, la velocidad tangencial de ambas ruedas (V_1 y V_2) ha de ser la misma. En consecuencia, la relación de transmisión (UNE 18-004-79) se determina, a partir de los diámetros de las ruedas:

$$V_1 = \omega_1 \bullet r_1 = \omega_2 \bullet r_2 = V_2$$

$$\Downarrow$$

$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{D_2}{D_1}$$

siendo:

- el subíndice 1 el correspondiente al elemento conductor o motriz.
- el subíndice 2 el correspondiente al elemento conducido.
- φ el ángulo girado por cada rueda (en grados, o en radianes).
- ω la velocidad angular de cada rueda (en rad/seg).
- n la velocidad angular de cada rueda en rpm.
- r y D, el radio y el diámetro de la correspondiente rueda.

Como es lógico la distancia (E) que separa los ejes de las ruedas, en el caso de ruedas de fricción exteriores valdrá:

$$E = r_1 + r_2 = \frac{D_1 + D_2}{2}$$

y, en el caso de ruedas de fricción interiores:

$$E = r_2 - r_1 = \frac{D_2 - D_1}{2}$$

3. RUEDAS DENTADAS

3.1. ASPECTOS GENERALES.

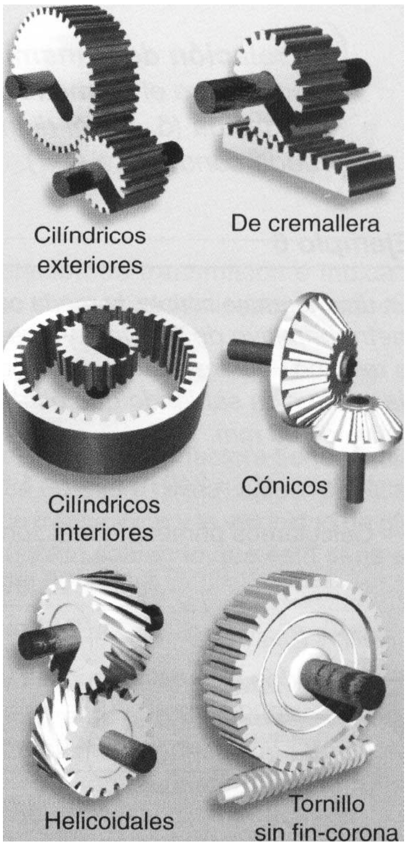


Figura 5: tipos de engranajes.

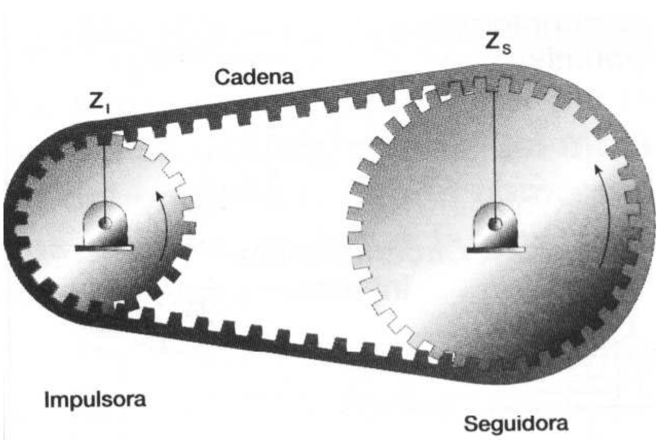


Figura 6: transmisión por cadena o correa dentada.

3.2. DIMENSIONES DE UN ENGRANAJE.

Para saber cuáles son las dimensiones de un engranaje tenemos que medir los siguientes parámetros:

1. La circunferencia primitiva o **diámetro primitivo** (D_p) sobre el que se supone que las ruedas realizan la transmisión, y que nos servirá para efectuar los cálculos. Es decir, que podemos suponer que D_p son los diámetros de las poleas de fricción originales, a las que hemos realizado unas entallas y añadido unos resaltes para formar los dientes del engranaje.

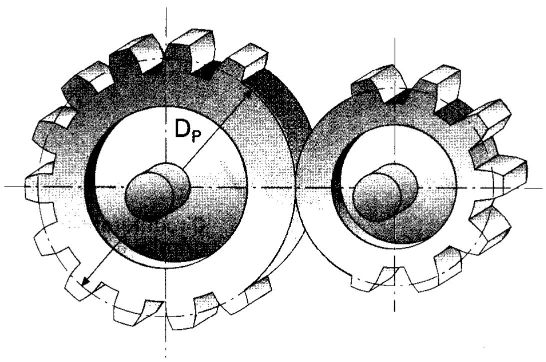
Este diámetro se encuentra íntimamente ligado a un parámetro denominado módulo, siendo necesario que los engranajes que formen una transmisión tengan todos ellos el mismo módulo.

Pero, ¿qué es el módulo?

El **módulo** es la relación entre el diámetro primitivo (D_p) y el número de dientes (Z).

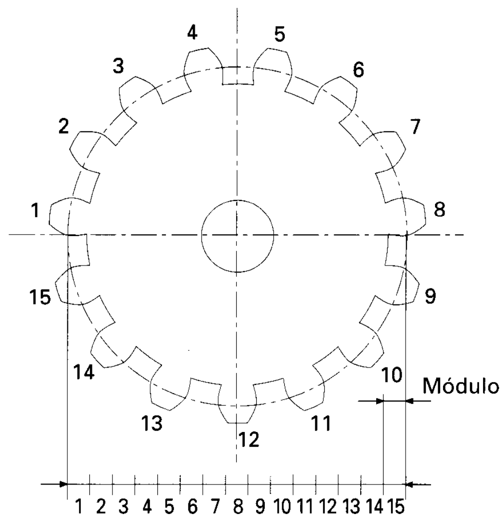
$$m = \frac{D_p}{Z}$$

La cifra que se obtiene suele adoptar un valor de número entero o fracción sencilla. Por ejemplo, módulos de 1, 1,25, 1,5, 2, 3,...



Engranajes cuyo giro teórico se produce sobre la circunferencia primitiva.

Partiendo del módulo se obtienen todas las proporciones de los engranajes.

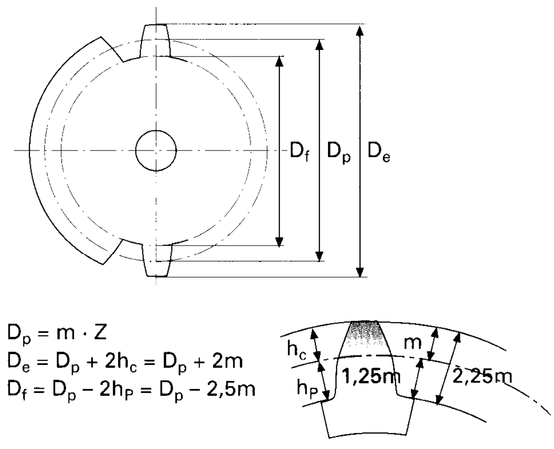


Forma gráfica para obtener el módulo.

2. Una vez conocido el diámetro primitivo, cuyo valor es $D_p = m \cdot Z$, se obtiene fácilmente el diámetro exterior (D_e) y el diámetro de fondo (D_f) del mismo:

$$D_e = D_p + 2h_c = D_p + 2m$$
$$D_f = D_p - 2h_p = D_p - 2,5m$$

Para que quede más claro observa el siguiente dibujo:



Proporciones de un engranaje.

3. **Altura de la cabeza del diente (h_c).** Es la porción del diente que queda por encima de la circunferencia primitiva y define la circunferencia exterior (D_e). Normalmente tiene un valor de 1 módulo.

$$h_c = m$$

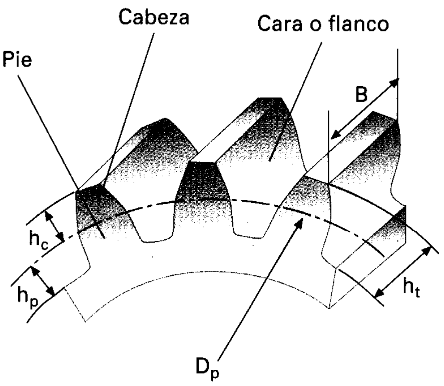
4. **Altura de fondo** o **pie del diente (h_p).** Es la porción del diente que penetra sobre la circunferencia primitiva y que define la circunferencia de fondo. Normalmente presenta un valor de 1,16 módulos o 1,25, si bien nosotros adoptaremos el valor de 1,25 módulos para realizar los cálculos.

$$h_p = 1{,}25m$$

5. **Altura total del diente (h_t).** Se obtiene sumando la altura de la cabeza y la altura de fondo, y tiene un valor de 2,25 módulos.

$$h_t = h_c + h_p = 2{,}25m$$

6. La **longitud del diente (B)**, que suele tener un valor normalizado B = 10m.

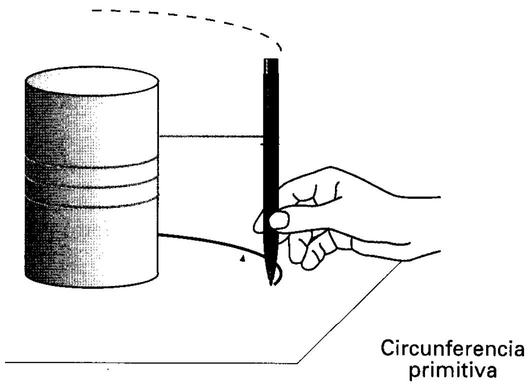


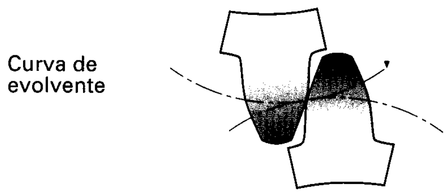
h_c = 1m
h_p = 1,25m
h_t = 2,25m
B = Longitud de diente = 10m

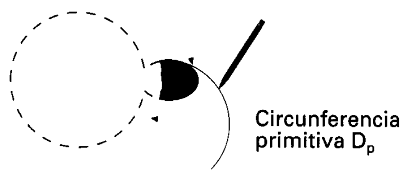
7. **Forma del diente.** Para que los dientes del tren de engranajes realicen un movimiento lo más regular y suave posible, suelen adoptar un perfil denominado evolvente.

Pero, ¿qué es la evolvente? Para que lo puedas entender puedes realizar la experiencia siguiente:

Coge un cilindro cualquiera y un hilo en cuyo extremo se encuentre atado un lápiz. Arrolla el hilo al cilindro y observa que, al desenrollar el hilo, el lápiz traza una curva sobre el papel. La curva obtenida se denomina **curva de evolvente**.







A continuación reflejamos una serie de abreviaturas (además de las vistas antes), de uso común en las expresiones referentes a los engranajes:

m	módulo	h	profundidad del diente
d	diámetro primitivo	$h_1=h_c$	altura de corona (o cabeza)
d_e	diámetro exterior	$h_2=h_p$	altura de pie o de fondo
d_f	diámetro de fondo	b=B	longitud del diente
z	número de dientes	E=C	distancia entre centros
p	paso circular	Lt	largo total ocupado por dos engranajes
s=e	espesor del diente	n	revoluciones por minuto
w=s’	espacio interdental	v	velocidad tangencial de la circunferencia primitiva en m/s.

En general las medidas se indican en mm.

Diremos que dos ruedas dentadas forman un engranaje; donde la rueda motriz suele llamarse piñón, y se designa con el subíndice 1, mientras que el subíndice 2 se reserva para la rueda conducida, llamada simplemente rueda.

Para engranajes rectos, añadimos a las expresiones vistas antes las siguientes:

$$\pi \cdot m = \frac{d}{z} \cdot \pi = \frac{perímetro}{z} = p \text{ (ver figura 7)}$$

$$C = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot m$$

$$d_1 = \frac{2 \cdot C \cdot z_1}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot C \cdot n_2}{n_1 + n_2}$$

$$d_2 = \frac{2 \cdot C \cdot z_2}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot C \cdot n_1}{n_1 + n_2}$$

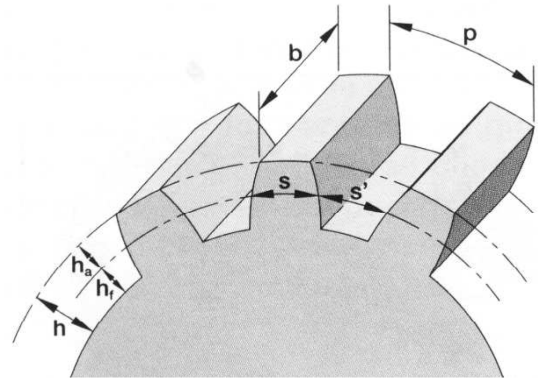
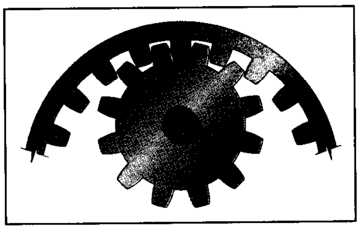


Figura 7.

La altura de la cabeza y del pie del diente se definen a partir del módulo del engranaje. Según como sean los dientes, cortos o largos, éstos son sus valores:

	Dientes cortos	*Dientes normales*
Altura de cabeza de diente (h_a):	**0,75 · m**	**1 · m**
Altura de pie de diente (h_f):	**1 · m**	**1,25 · m**

Como se puede comprobar, la altura del pie del diente es mayor que la de la cabeza del diente, lo cual es necesario para que exista juego entre ambos.



Con este mismo objeto, el ancho del hueco del diente (s') ha de ser mayor que el espesor del diente (s).

$$s' = \frac{21}{40} \cdot m; \qquad s = \frac{19}{40} \cdot m$$

Debido a ello, cuando un diente deja de estar engranado y pasa a estarlo el siguiente se produce un pequeño golpeteo y la transmisión resulta ruidosa.

Normalización de dientes rectos

Los **módulos** del engranaje se encuentran normalizados en los siguientes valores (en mm):

Serie I: 1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50

Serie II: 1.125, 1.375, 1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

siendo la serie I la habitualmente utilizada.

El **número de dientes** que se debe utilizar es:

Serie recomendada: 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160

Serie complementaria: 14, 18, 22, 28, 36, 45, 56, 71, 90, 112, 140

Serie excepcional: 13, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 26, 27, 30, 34, 38, 42, 48, 53, 60, 67, 75, 85, 95, 106, 128, 132, 150

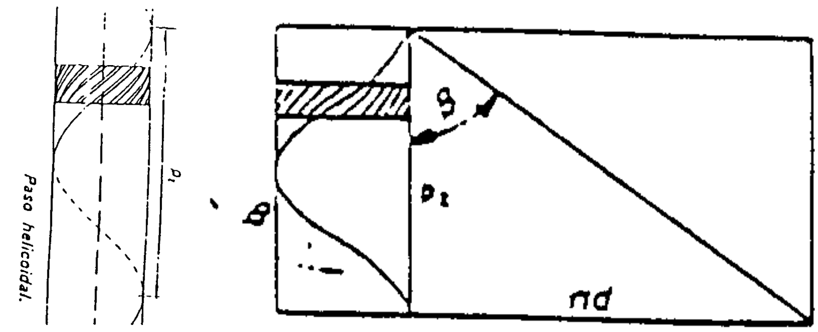
También se encuentra normalizado el **ancho del diente** ($b = \psi \cdot m$):

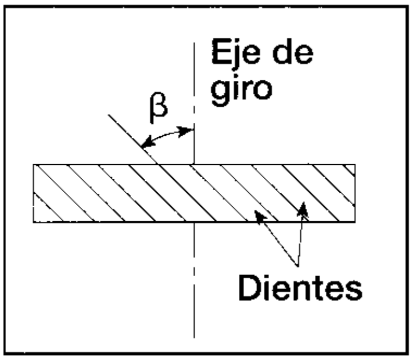
Guiados mediocres: $\psi = 6.4 - 8$

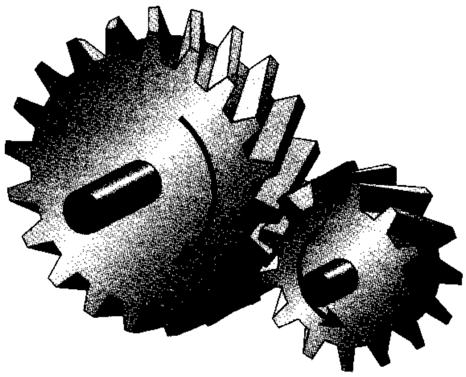
Guiados buenos: $\psi = 10 - 12$

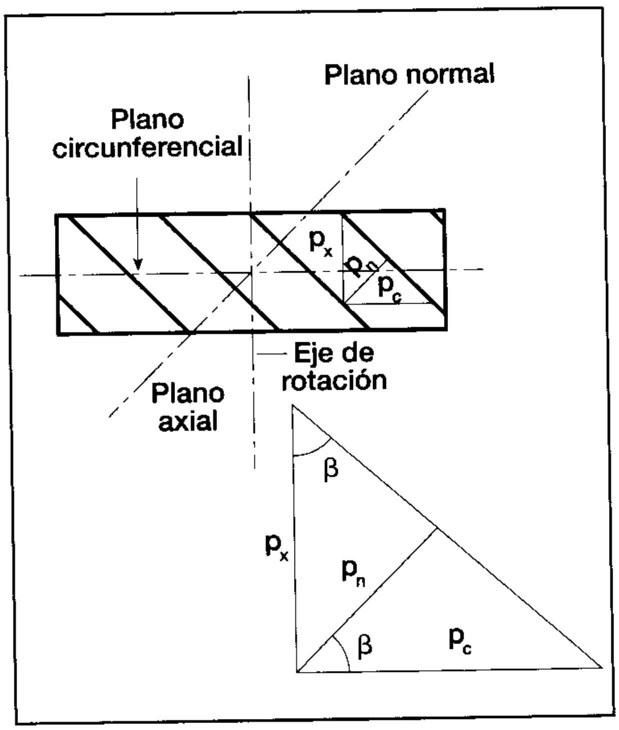
Guiados excelentes: $\psi = 16 - 25$

3.3. DIENTES HELICOIDALES.









Las abreviaturas más utilizadas en este caso son:

p_z	paso de la hélice	β	ángulo de la hélice
p_n	paso normal	m_n	módulo normal
$p_c=p_t$	paso circunferencial	$m_c=m_t$	módulo circunferencial
p_x	paso axial		

Veamos a continuación las expresiones más utilizadas para este tipo de engranajes:

$$p_z = \frac{\pi \cdot d}{tg\beta}$$

$$p_x = \frac{p_n}{sen\beta}$$

$$p_n = p_c \bullet \cos \beta$$

$$p_c \bullet z = \pi \bullet d = perímetro \longrightarrow p_c = \frac{\pi \cdot d}{z} = \pi \bullet m_c$$

$$p_n = \pi \bullet m_n$$

$$m_n = m_c \bullet \cos \beta$$

(el módulo normal debe ser idéntico en las dos ruedas para que engranen)

$$h = 2'25 \cdot m_n$$

$$d_e = d + 2 \cdot m_n$$

$$C = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

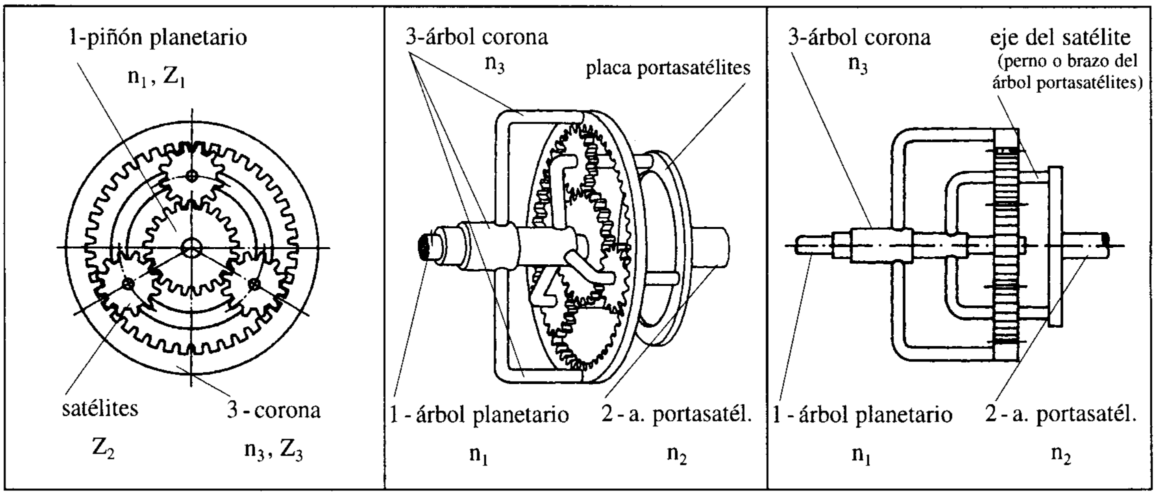
$$tg\beta_1 = \frac{n_1 \cdot d_1}{n_2 \cdot d_2}$$

$$tg\beta_2 = \frac{n_2 \cdot d_2}{n_1 \cdot d_1}$$

$$\phi = \beta_1 + \beta_2$$

siendo ϕ el ángulo que forman los ejes de giro de las ruedas dentadas.

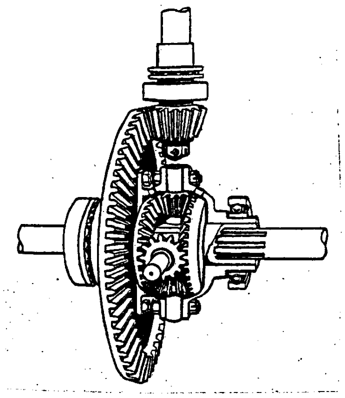
3.4. TRENES EPICICLOIDALES.

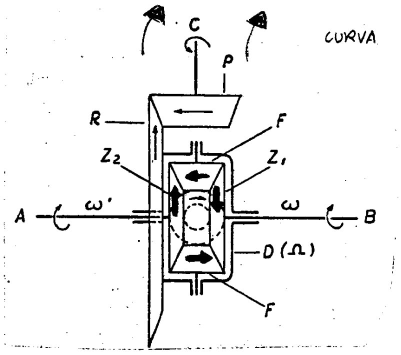


El piñón planetario y su árbol son solidarios, al igual que ocurre con la corona y el suyo. Los satélites, por su parte, giran locos sobre los pernos del árbol portasatélites. Para el cálculo de este tipo de engranajes se usa la fórmula de Willis, en la que los signos que se obtuviesen negativos indicarían inversión de giro entre entrada y salida.

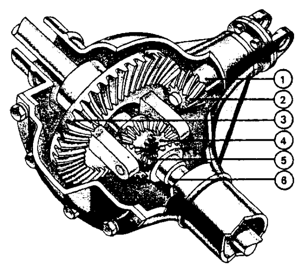
$$n_2 = \frac{z_3 \cdot n_3 + z_1 \cdot n_1}{z_3 + z_1}$$

3.5. EL MECANISMO DIFERENCIAL.



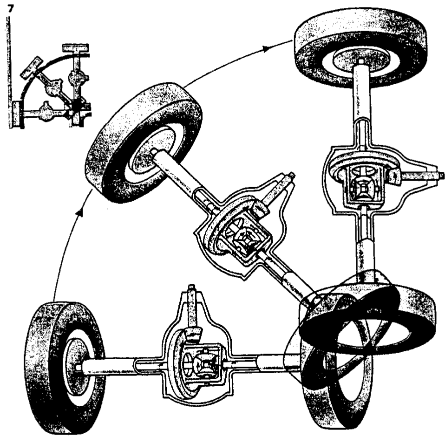


7



7 El diferencial de un automóvil transmite en ángulos rectos el movimiento rotatorio producido por el motor a los semiejes [6] que mueven a las ruedas. El piñón [2] del árbol de transmisión [1] hace girar a la corona [3], la cual, a su vez, arrastra los engranajes llamados satélites [4] y éstos a los planetarios [5]. El diferencial permite que, cuando el coche toma una curva, las ruedas giren a velocidades diferentes: mayor, la exterior; y menor, la inferior.

7



7 El diferencial permite que uno de los semiejes posteriores, y por consiguiente la rueda unida a él, gire más despacio que el otro cuando el coche toma una curva. Los dos semiejes transmiten el movimiento desde

Cuando un vehículo toma una curva, las ruedas motrices interiores describen un movimiento más corto que las exteriores. Si ambas ruedas estuvieran unidas de forma rígida siempre darían igual número de vueltas y, al tomar una curva, la rueda interior patinaría y sería arrastrada. Para corregir este efecto, los automóviles tienen un mecanismo diferencial, que adapta la velocidad angular de las ruedas motrices al recorrido que deben efectuar. En la figura 8 podemos observar la constitución de un diferencial simple con ruedas cónicas.

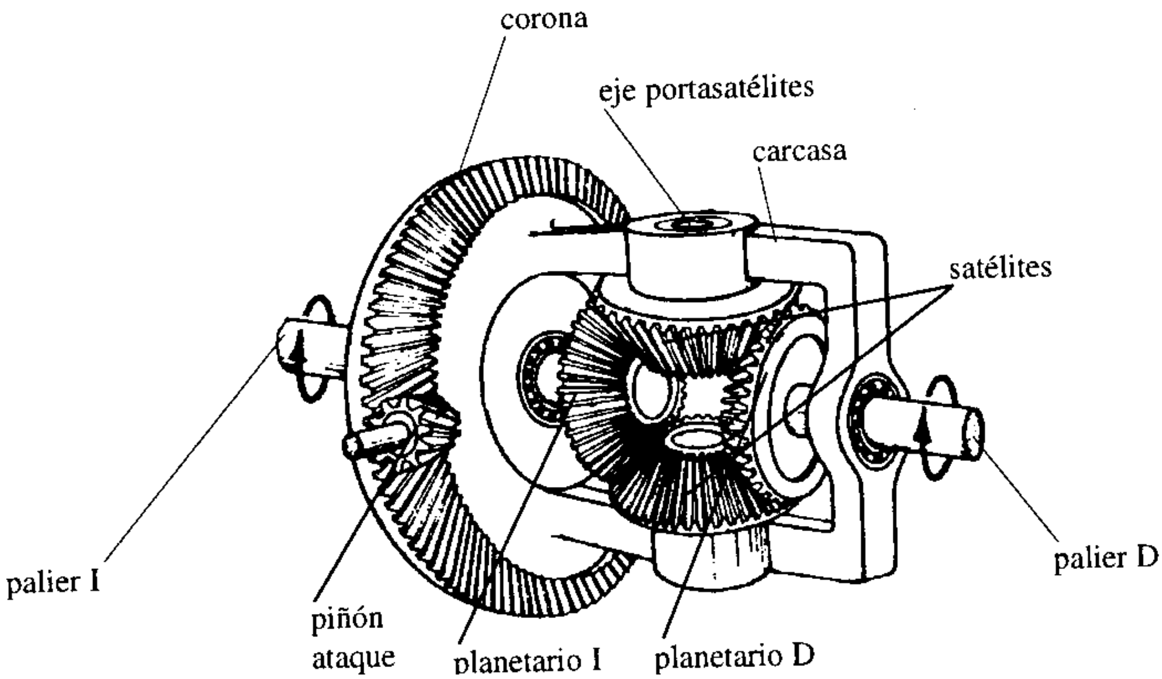


Figura 8.

En los extremos de los palieres van las ruedas motrices.

El piñón planetario D es solidario al semiárbol o palier D.

El planetario I lo es al palier I.

La corona y la carcasa forman un bloque. Por ello giran conjuntamente.

Los satélites pueden girar con libertad sobre los ejes portasatélites.

4. LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN

En lo referente a la **relación de transmisión** (UNE 18-004-79) diremos que, partiendo de la expresión obtenida en el caso de ruedas de fricción:

$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{D_2}{D_1}$$

donde ahora consideramos que D_1 y D_2 son los diámetros primitivos de las ruedas dentadas que engranan; y sabiendo que según vimos: $D_1 = z_1 \bullet m$ y $D_2 = z_2 \bullet m$, siendo z_1 y z_2 los números de dientes de las ruedas dentadas, y el módulo *m* lógicamente común a ambas (condición para poder engranar), obtenemos fácilmente que:

$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

Por otra parte, si consideramos que:

$$N_2 = N_1 \cdot \mu_{tranmisión}$$

donde:

- N_2 es la potencia obtenida en el elemento conducido.
- N_1 es la potencia del elemento conductor o motriz.
- $\mu_{transmisión}$ es el rendimiento de la transmisión del elemento 1 al 2.

Y teniendo en cuenta que:

$$N_1 = F_1 \cdot r_1 \cdot \omega_1 = M_1 \cdot \omega_1$$

$$N_2 = F_2 \cdot r_2 \cdot \omega_2 = M_2 \cdot \omega_2$$

donde:

- F_1 es la fuerza transmitida por la rueda dentada 1
- F_2 es la fuerza recibida por la rueda dentada 2.
- r_1 es la mitad del diámetro primitivo de la rueda dentada 1.
- r_2 es la mitad del diámetro primitivo de la rueda dentada 2.
- ω_1 y ω_2 son las velocidades angulares de cada rueda dentada, tal y como vimos anteriormente.
- M_1 es el par (momento torsor) transmitido por la rueda dentada 1.
- M_2 es el par (momento torsor) recibido por la rueda dentada 2.

obtenemos la expresión:

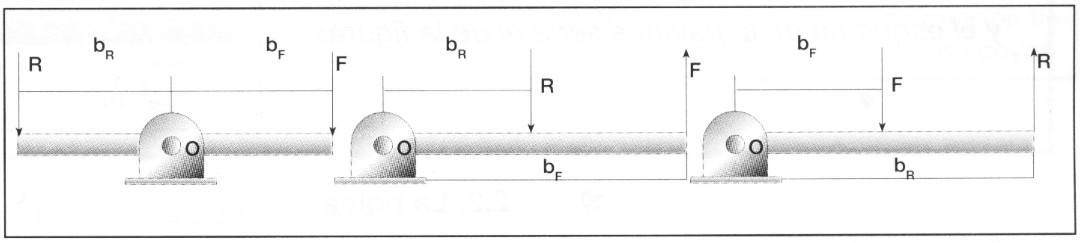
$$N_2 = M_2 \cdot \omega_2 = M_1 \cdot \omega_1 \cdot \mu_{transmisión} = N_1 \cdot \mu_{tranmisión}$$

con lo cual, la relación de transmisión puede expresarse como:

$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{M_2}{M_1 \cdot \mu_{transmisión}}$$

5. MÁQUINAS SIMPLES

5.1. PALANCA.

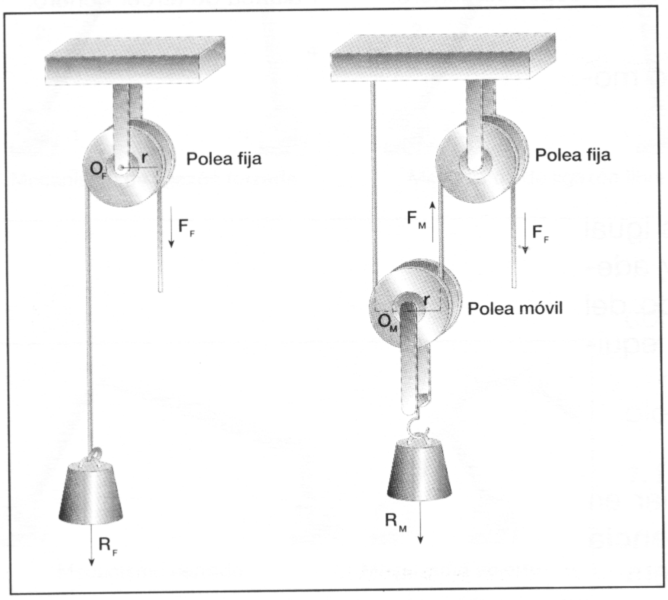


Palanca de primer género. Palanca de segundo género. Palanca de tercer género.

$$F \cdot b_F = R \cdot b_R$$

F: es la fuerza que ejercemos, también la mal llamada “potencia”.
b_F: es el llamado brazo o distancia de “potencia”.
R: es la resistencia a vencer.
b_R: es el llamado brazo o distancia de resistencia.

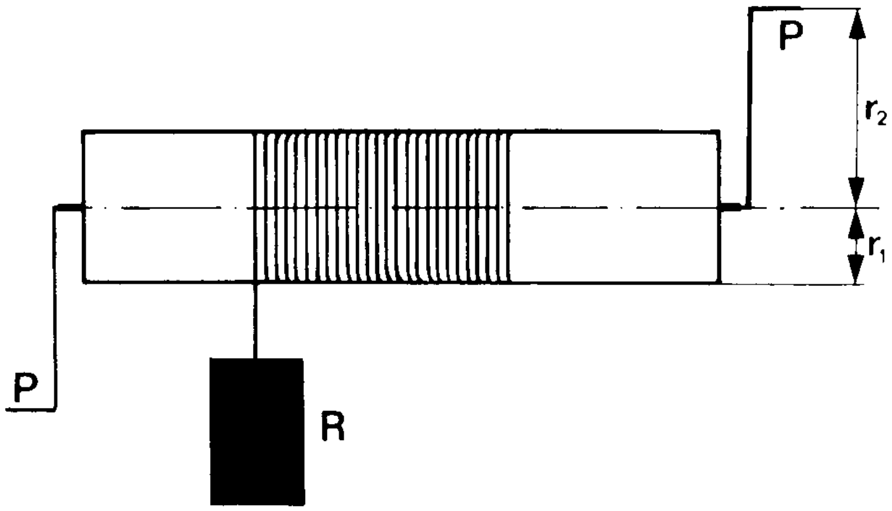
5.2. POLEA.



Polea fija: **Polea móvil**:

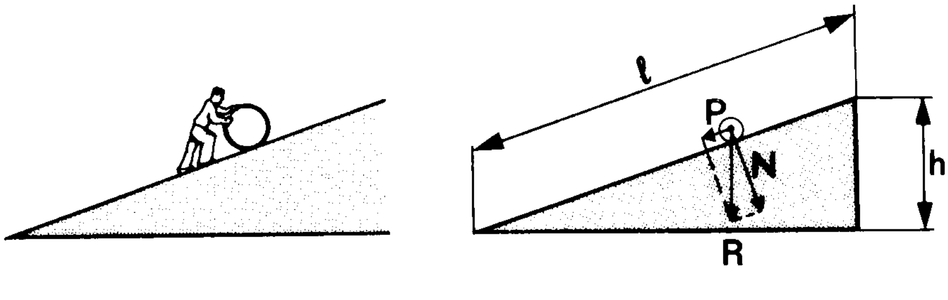
$F_F = R_F$ $F_M = R_M / 2$

5.3. TORNO.



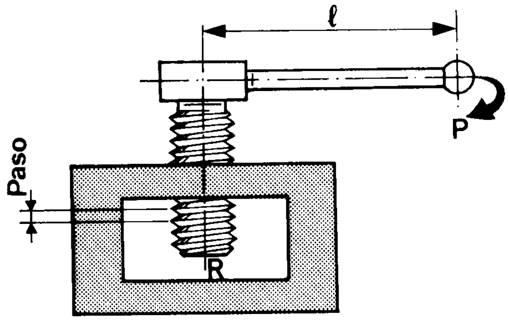
$$\frac{P}{R} = \frac{r_1}{r_2}$$

5.4. PLANO INCLINADO.



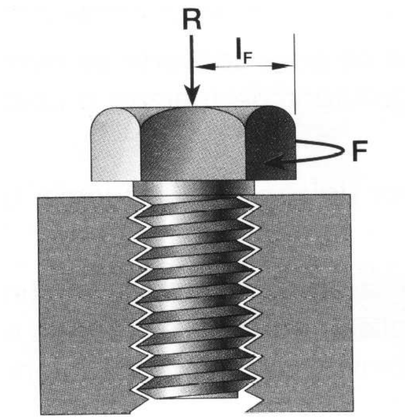
$$\frac{P}{R} = \frac{h}{l}$$

5.5. TORNILLO.



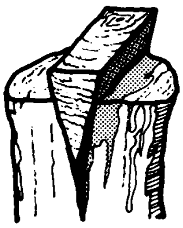
$$\frac{P}{R} = \frac{paso(p)}{2 \cdot \pi \cdot l}$$

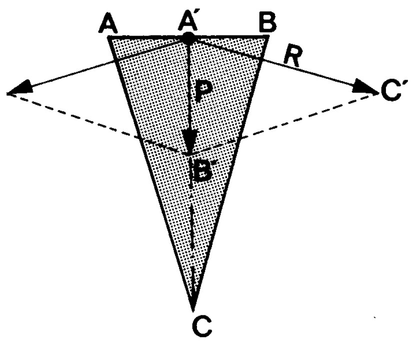
o expresado de otra forma:



$$F = \frac{R \cdot Avance}{2\pi \cdot I_F}$$

5.6. CUÑA.





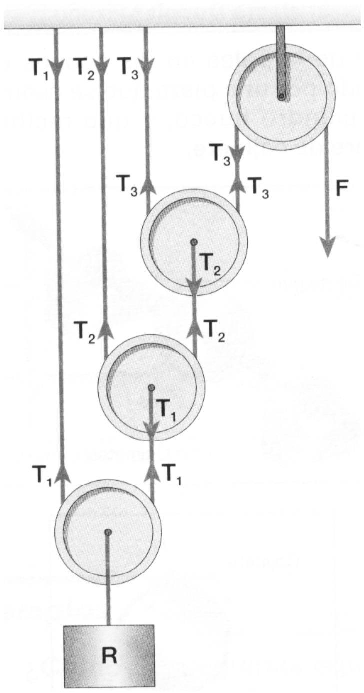
$$\frac{P}{R} = \frac{b}{l}$$

siendo *l* el lado de la cuña (AC ó BC) y *b* la base (AB).

6. MÁQUINAS COMPUESTAS

6.1. COMBINACIÓN DE POLEAS.

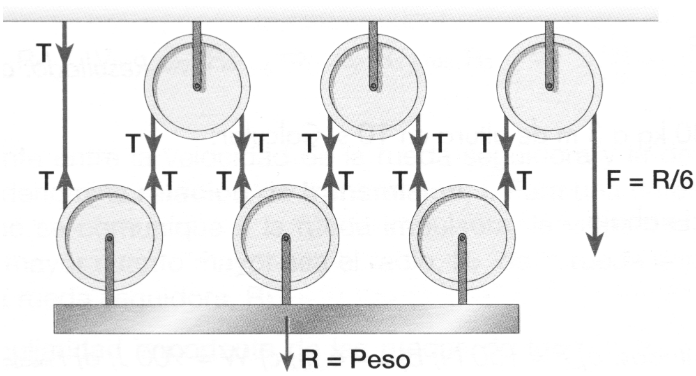
A) EXPONENCIAL



En general tendremos que, siendo *n* el número de poleas móviles:

$$F = \frac{R}{2^n}$$

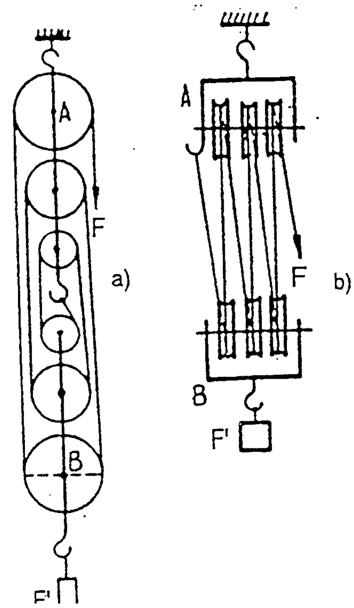
B) POTENCIAL



$$F = \frac{R}{2n}$$

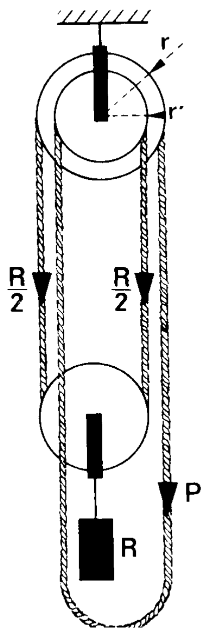
siendo n, el número de poleas móviles.

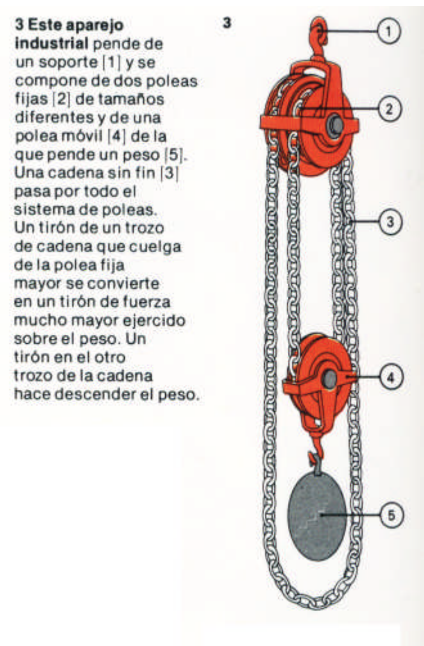
La combinación potencial, se presenta bajo diversas formas, tal y como puede observarse en la figura siguiente:



a) trócola, b) polipasto

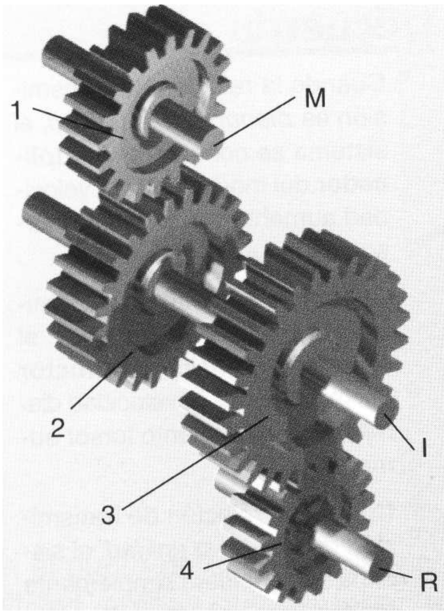
C) POLEA DIFERENCIAL O WESTON





$$\frac{P}{R} = \frac{r - r'}{2r}$$

6.2. TREN DE ENGRANAJES.



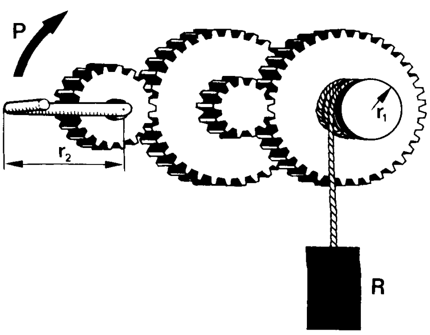
$$i_{1-2} \cdot i_{3-4} = \frac{n_1 \cdot n_3}{n_2 \cdot n_4} = \frac{D_2 \cdot D_4}{D_1 \cdot D_3} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

Ahora bien, como las ruedas 2 y 3 giran solidariamente sobre el mismo eje, resulta que $n_2 = n_3$. En consecuencia:

$$i_{1-2} \cdot i_{3-4} = \frac{D_2 \cdot D_4}{D_1 \cdot D_3} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{n_1}{n_4} = i_T$$

La relación de transmisión total, i_T, de un tren compuesto es igual al producto de las relaciones de transmisión de los engranajes simples que lo componen.

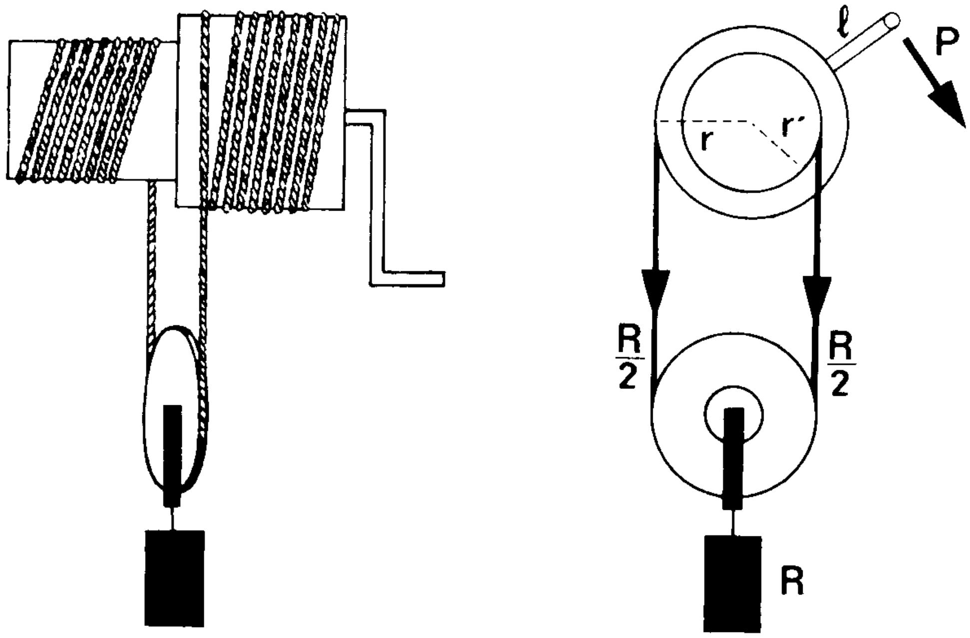
Veamos ahora otra expresión:



$$\frac{P}{R} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4} \cdot \frac{r_1}{r_2}$$

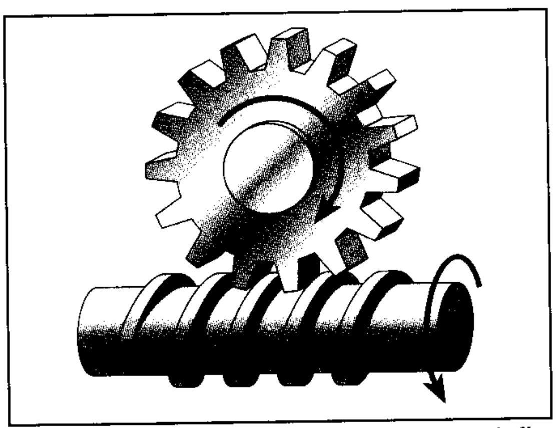
siendo z_1 y z_3 las ruedas dentadas motrices, y z_2, z_4 las conducidas.

6.3. TORNO DIFERENCIAL.



$$\frac{P}{R} = \frac{r - r'}{2l}$$

6.4. TORNILLO SIN FIN.



Engranaje de tornillo sinfín.

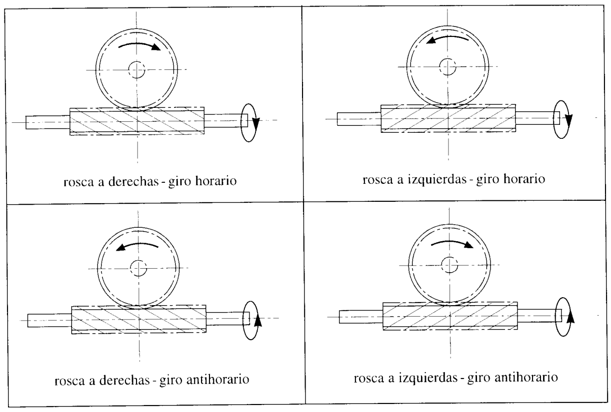
Sentido de la rosca.

Se establece por norma UNE. Los tornillos pueden ser de «rosca a derechas» o de «rosca a izquierdas». El observador se sitúa en el extremo donde se inicia el avance.

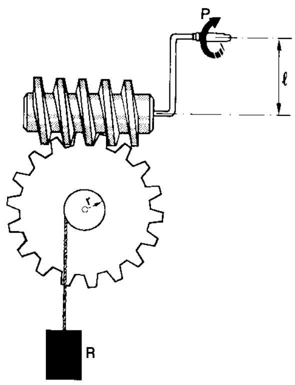
Rosca a derechas: es aquella en la que una tuerca, colocada en el extremo de un tornillo para avanzar a lo largo de él, debe girar en sentido horario para alejarse del observador. El sacacorchos está roscado a derechas.

Rosca a izquierdas: es aquella en la que una tuerca, colocada en el extremo de un tornillo para avanzar a lo largo de él, debe girar en sentido antihorario para alejarse dcl observador.

De acuerdo a lo expuesto, si un tornillo se utiliza para accionar un rueda dentada perpendicular a él, se obtendrán los siguientes sentidos angulares en el piñón.



Partiendo de la siguiente figura, la expresión matemática entre *P* y *R* sería:

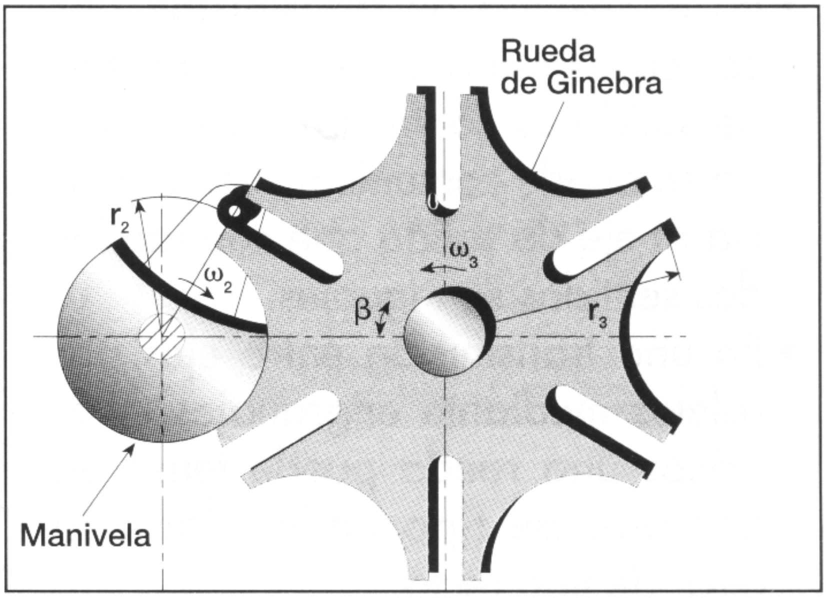


$$\frac{P}{R} = \frac{r \cdot n^{o}.de.entradas.del.tornillo}{l \cdot z}$$

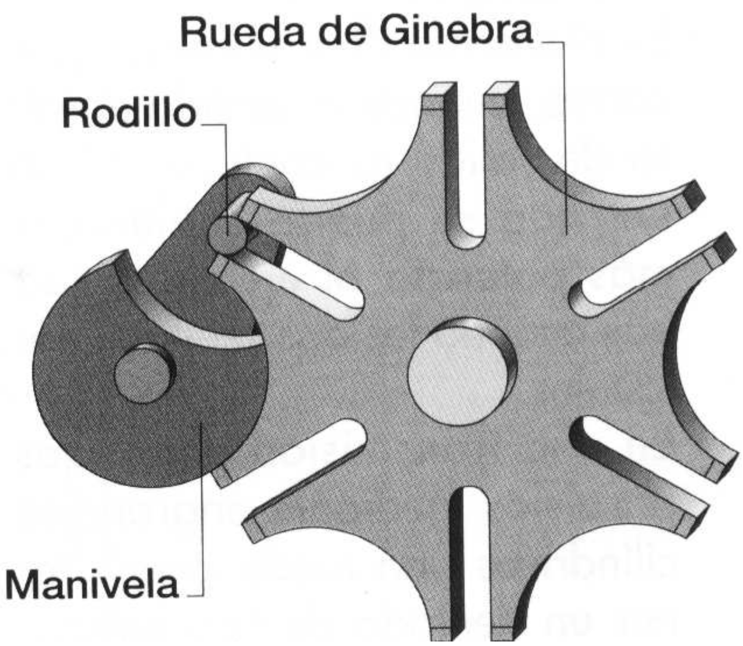
La relación de transmisión, aquí, tiene la misma expresión que en el resto de los engranajes, si bien, en el caso del tornillo sin fin el "número de entradas" o "filetes" es el equivalente al número de dientes del engranaje en cuestión.

7. OTROS SISTEMAS

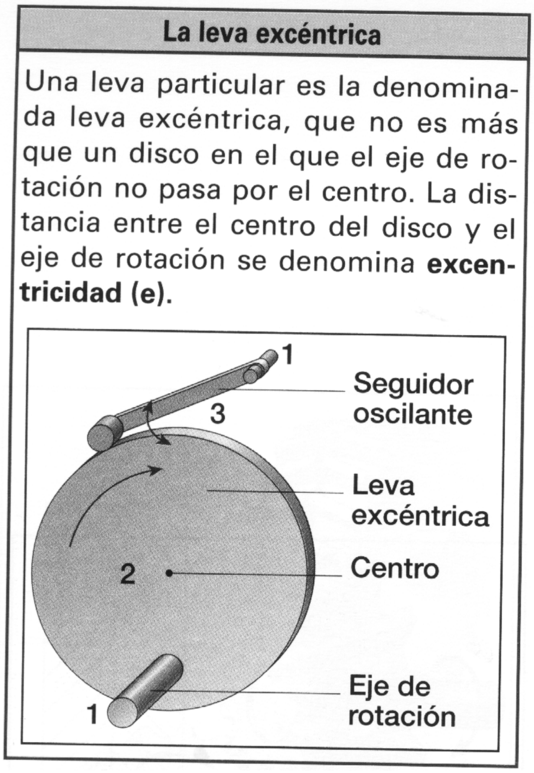
7.1 CRUZ DE MALTA.



Mecanismo de la cruz de Malta.

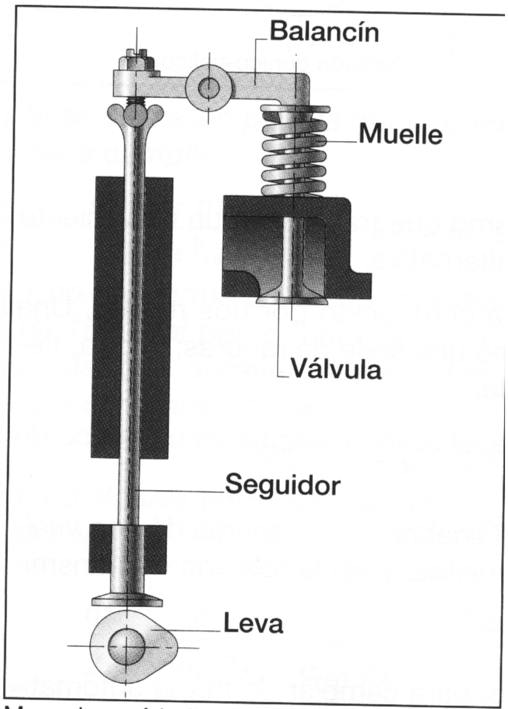


7.2. LEVAS.

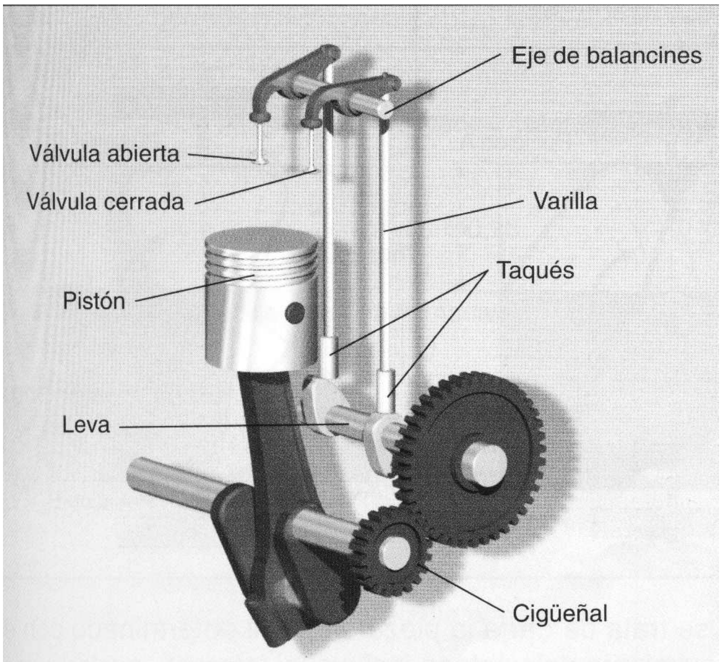


La leva excéntrica

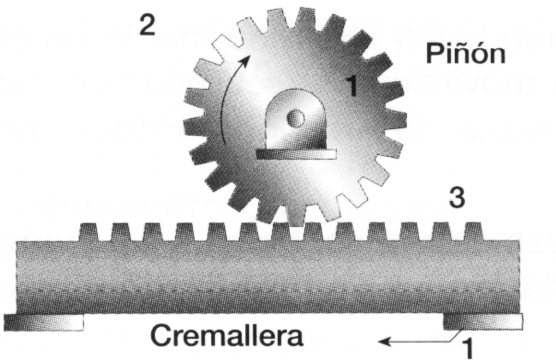
Una leva particular es la denominada leva excéntrica, que no es más que un disco en el que el eje de rotación no pasa por el centro. La distancia entre el centro del disco y el eje de rotación se denomina **excentricidad (e)**.



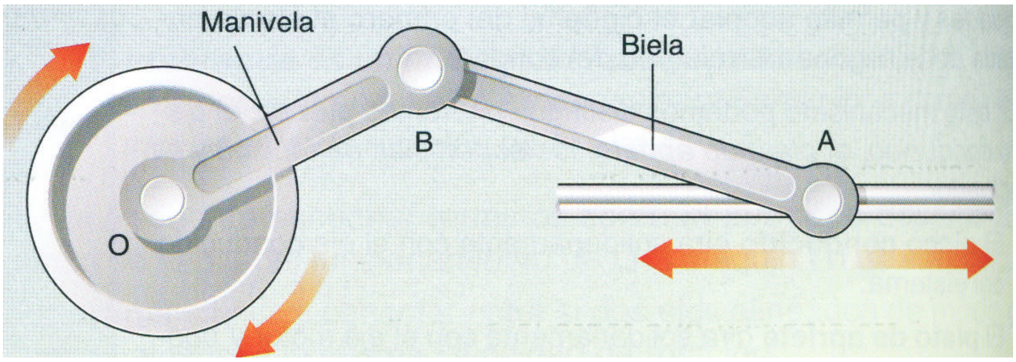
Mecanismo árbol de levas-seguidor-balancín.

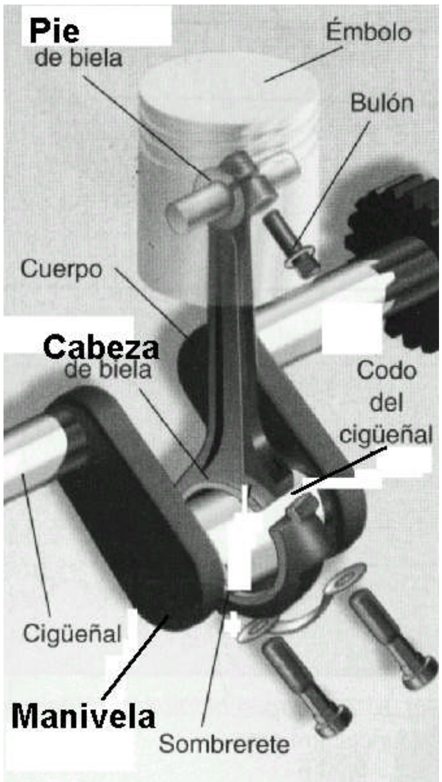


7.3. PIÑÓN-CREMALLERA.

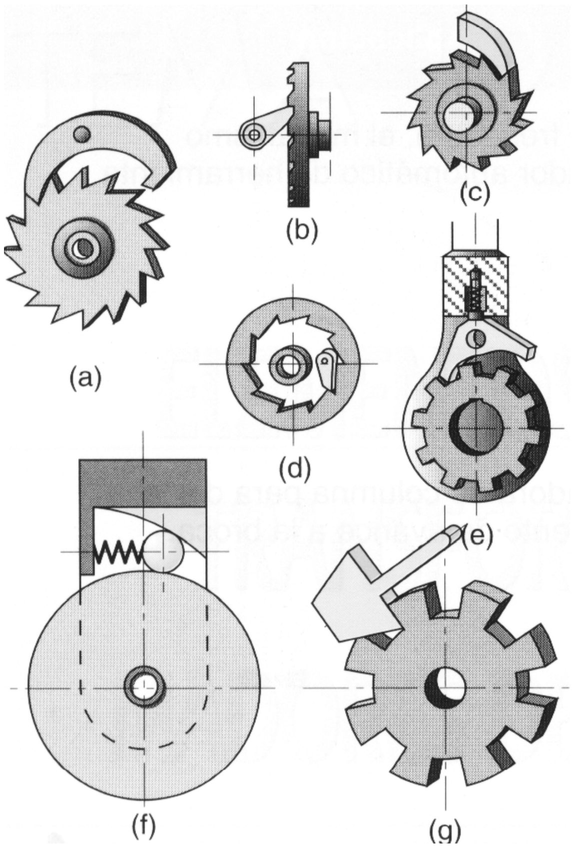


7.4. BIELA-MANIVELA.

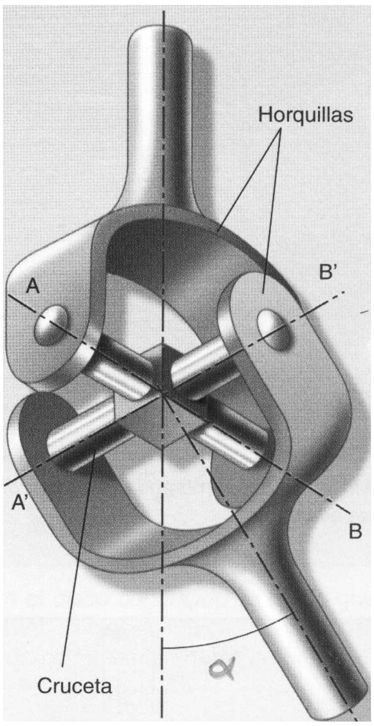




7.5. TRINQUETES.



7.6. CARDAN.



7.7. RUEDA LIBRE.